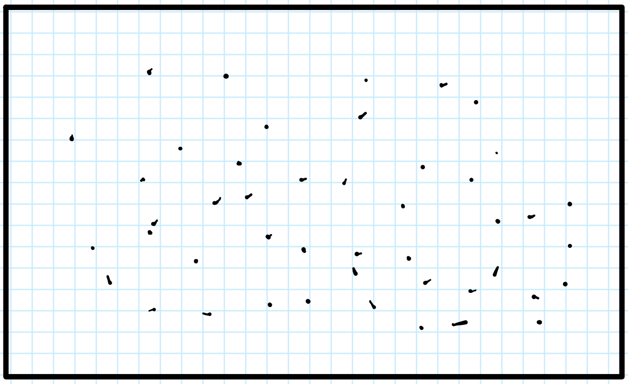
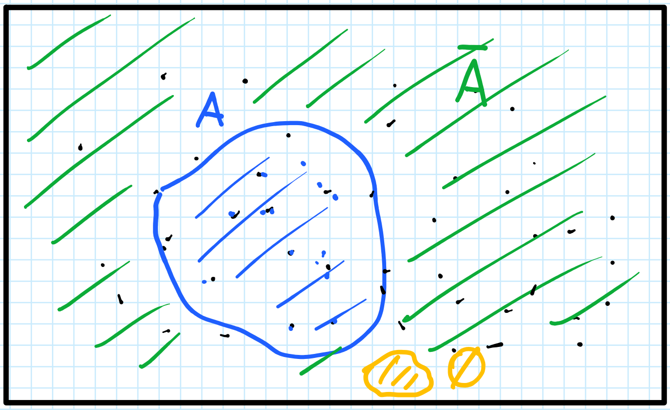
PROBABILITA'

SPAZIO CAMPIONARIO



Ω = SPAZIO CAMPIONARIO

È l'insieme di tutti i casi possibili



Ω = SPAZIO CAMPIONARIO

È l'insieme di tutti i casi possibili

A = sottoinsieme

$\bar{A}$ = complementare di A rispetto a Ω

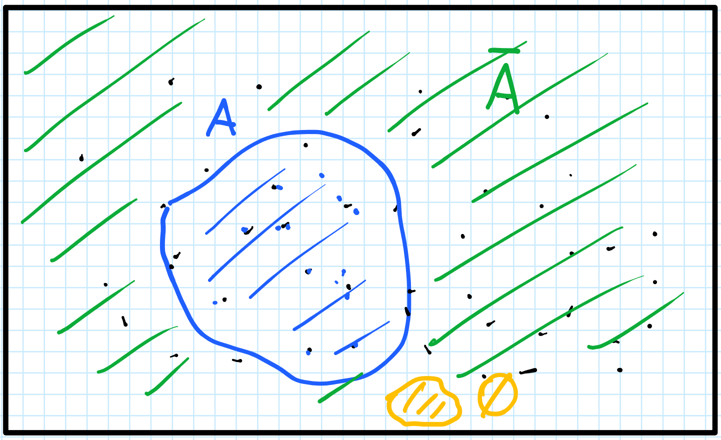
$\emptyset$ = insieme vuoto

$$\Omega \cup \emptyset = \Omega$$

$$P(\Omega) = 1$$

$$P(\emptyset) = 0$$

$$P(\Omega) + P(\emptyset) = P(\Omega) = 1$$



Ω = SPAZIO CAMPIONARIO

È l'insieme di tutti i casi possibili

A = sottoinsieme

$\bar{A}$ = complementare di A rispetto a Ω

Q - N ie/ i s' me vuoto

$$\Omega \cup \emptyset = \Omega$$

$$A \cup \bar{A} = \Omega$$

$$\boxed{P(A) = \frac{\text{n° casi favorevoli ad } A}{\text{n° casi possibili}}}$$

$$\boxed{P(A)} + \boxed{P(\bar{A})} = P(\Omega) = 1$$

$$\boxed{P(\bar{A}) = 1 - \boxed{P(A)}}$$

SPAZIO CAMPIONARIO

Per definire lo SPAZIO CAMPIONARIO mi serve un testo.
Non è sempre facile definire uno spazio campionario.

Anche quando il testo sembra molto semplice

ESEMPIO

Quante coppie si possono estrarre da un'urna contenente 3 palline

DOMANDE DA PORSI...

CONTA L'ORDINE?

$(2;3) \neq (3;2)$

NON CONTA L'ORDINE?

$(2;3) = (3;2)$

DOMANDE DA PORSI...

CONTA L'ORDINE?

$(2;3) \neq (3;2)$

POSSO RIPETERE

NON POSSO RIPETERE

NON CONTA L'ORDINE?

$(2;3) = (3;2)$

POSSO RIPETERE

NON POSSO RIPETERE

(1;1)	~~(1;1)~~	(1;1)	~~(1;1)~~
(1;2)	(1;2)	• (1;2)	• (1;2)
(1;3)	(1;3)	□ (1;3)	□ (1;3)
(2;1)	(2;1)	• ~~(2;1)~~	• ~~(2;1)~~
(2;2)	~~(2;2)~~	(2;2)	~~(2;2)~~
(2;3)	(2;3)	× (2;3)	× (2;3)
(3;1)	(3;1)	□ ~~(3;1)~~	□ ~~(3;1)~~
(3;2)	(3;2)	× ~~(3;2)~~	× ~~(3;2)~~
(3;3)	~~(3;3)~~	(3;3)	~~(3;3)~~
9 coppie!	6 coppie	6 coppie	3 coppie

COME SI CALCOLA IL NUMERO DI ELEMENTI DELLO SPAZIO CAMPIONARIO?

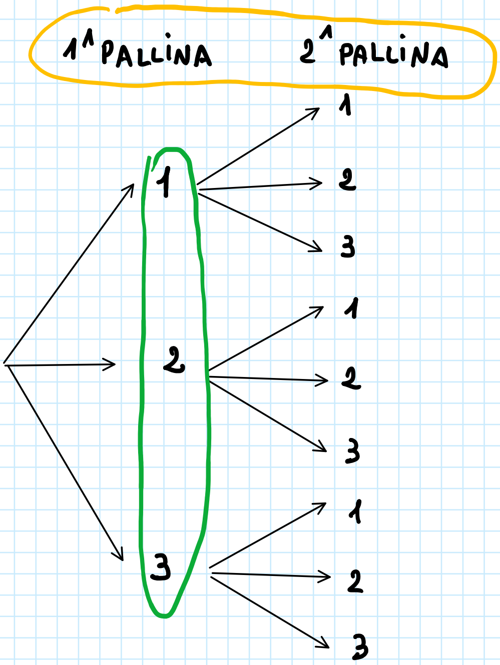
CONTA L'ODINE $\longrightarrow$ DISPOSIZIONE

POSSO RIPETERE $\longrightarrow$ CON RIPETIZIONE

(1;1)
(1;2)
(1;3)
(2;1)
(2;2)
(2;3)
(3;1)
(3;2)
(3;3)

9 coppie!

DIAGRAMMA AD ALBERO



$3 \times 3 = 9$

2 ← N° ELEM. GRUPPO

3 — NUM. ELEMENTI A DISPOSIZIONE

IN generale se da un insieme iniziale di n elementi voglio formare un gruppo di k elementi,
In cui conta l'ordine e posso ripetere gli elementi, segue la formula:

DISPOSIZIONE CON RIPETIZIONE

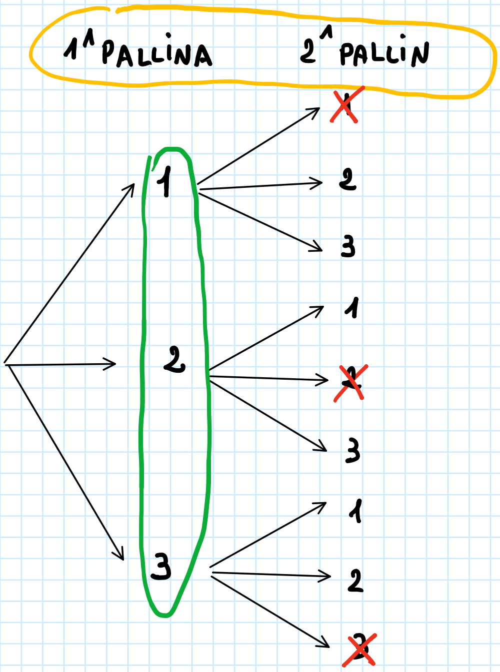
$$D'_{m,k} = m^k \quad \text{casi possibili}$$

CONTA L'ODINE
NON POSSO RIPETERE

$\cancel{(1;1)}$
$(1;2)$
$(1;3)$
$(2;1)$
$\cancel{(2;2)}$
$(2;3)$
$(3;1)$
$(3;2)$
$\cancel{(3;3)}$

6 coppie

DIAGRAMMA AD ALBERO



$$\overset{1^\wedge}{3} \cdot \underset{\downarrow \atop (3-2+1)}{\overset{2^\wedge}{2}} = 6$$

IN generale se da un insieme iniziale di n elementi voglio formare un gruppo di k elementi,
In cui conta l'ordine e NON posso ripetere gli elementi, segue la formula:

DISPOSIZIONE SENZA RIPETIZIONE

$$D_{m,k} = m \cdot (m-1)(m-2) \cdots (m-k+1)$$
$$= \frac{m!}{(m-k)!}$$

FATTORIALE

$$m! = m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$0! = 1$

$1! = 1$

$2! = 2 \cdot 1 = 2$

$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

$6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$

$7! = 7 \cdot 6 \cdot \cdots 2 \cdot 1 = 5.040$

$8! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdots 2 \cdot 1 = 40.320$

$9! = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdots 2 \cdot 1 = 362.880$

$10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3.628.800$

$$D_{m,k} = \frac{m!}{(m-k)!}$$

$$= \frac{m \cdot (m-1)(m-2) \cdots (m-k+1) \cdot \cancel{(m-k) \cdot (m-k-1) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1}}{\cancel{(m-k)(m-k-1) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1}}$$

$$= m \cdot (m-1)(m-2) \cdots (m-k-1)$$

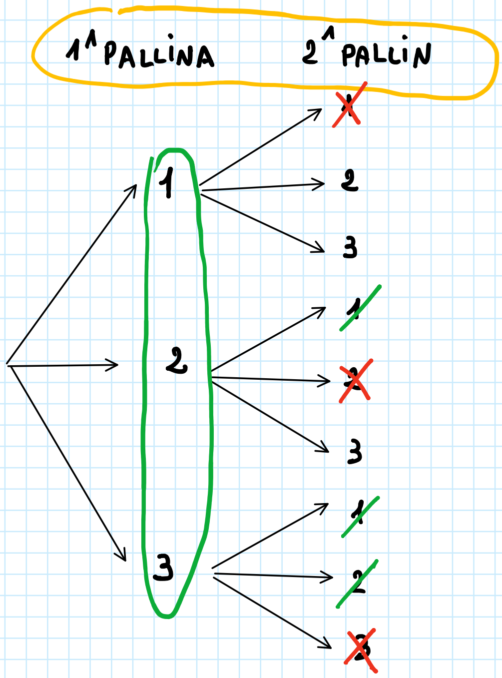
NON CONTA L'ORDINE → COMBINAZIONE

NON POSSO RIPETERE → SENZA RIPETIZIONE

~~(1;1)~~
- (1;2)
- (1;3)
- ~~(2;1)~~
- ~~(2;2)~~
- (2;3)
- ~~(3;1)~~
- ~~(3;2)~~
- ~~(3;3)~~

3 coppie

DIAGRAMMA AD ALBERO



$$C_{m,k} = \frac{D_{m,k}}{k!} = \frac{m!}{(m-k)!\,k!} = \binom{m}{k}$$ coefficiente binomiale

COEFFICIENTE BINOMIALE

$$\binom{m}{k} = \frac{m!}{(m-k)!\,k!}$$

$$\binom{3}{2} = \frac{3!}{(3-2)!\,2!} = \frac{3\cdot 2\cdot 1}{1\cdot(2\cdot 1)}$$

$$= \frac{3\cdot \cancel{2}\cdot \cancel{1}}{1\cdot(\cancel{2}\cdot\cancel{1})} = 3$$

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{(5-3)!\,3!} = \frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{(2\cdot 1)\cdot(3\cdot 2\cdot 1)} =$$

$$= \frac{5\cdot \overset{2}{\cancel{4}}\cdot \cancel{3\cdot 2\cdot 1}}{(\cancel{2}\cdot 1)\cdot(\cancel{3\cdot 2\cdot 1})} = 5\cdot 2 = 10$$

PROPRIETA'

$$\binom{m}{k} = \binom{m}{m-k}$$

$$\binom{5}{3} = \binom{5}{5-3} = \binom{5}{2} = \frac{5!}{(5-2)!\,2!}$$

$$\frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{(3\cdot 2\cdot 1)\cdot(2\cdot 1)} = 10$$

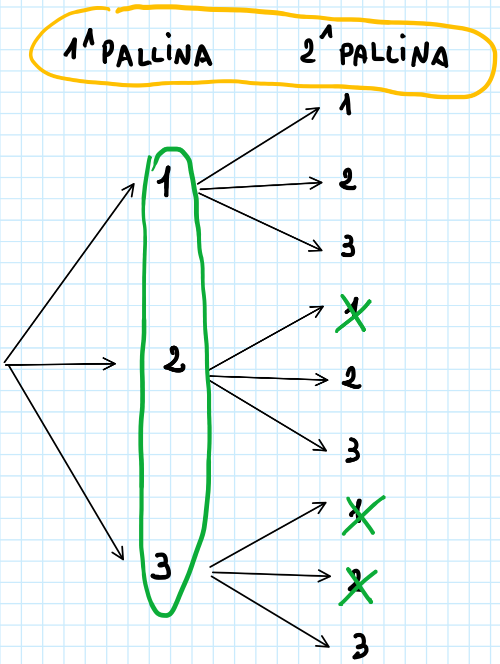
$$\binom{m}{0} = \binom{m}{m} = 1$$

NON CONTA L'ORDINE → COMBINAZIONE
POSSO RIPETERE → CON RIPETIZIONE

$(1;1)$
• $(1;2)$
□ $(1;3)$
• $\cancel{(2;1)}$
$(2;2)$
× $(2;3)$
□ $\cancel{(3;1)}$
× $\cancel{(3;2)}$
$(3;3)$

6 coppie

DIAGRAMMA AD ALBERO



$$C'_{m,k} = \binom{m+k-1}{k}$$

$$C'_{3,2} = \binom{3+2-1}{2} = \binom{4}{2}$$

$$= \frac{4!}{(4-2)!\cdot 2!} =$$

$$= \frac{\cancel{4}\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{(\cancel{2}\cdot 1)\cdot(2\cdot \cancel{1})} = 6$$