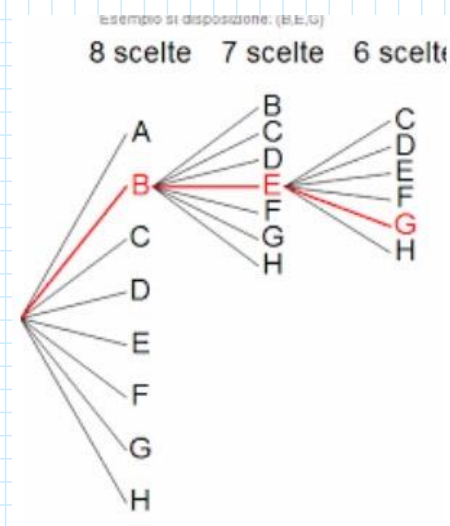


11.3.1-DISPOSIZIONI, PERMUTAZIONI E COMBINAZIONI 2

lunedì 28 settembre 2020 18:06

DISPOSIZIONI E PERMUTAZIONI

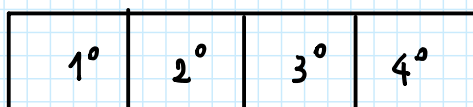


DISPOSIZIONI E PERMUTAZIONI

1) Calcolare quanti numeri di 4 cifre si possono formare con le cifre 1, 2, 3, 4, 5, 6.

- A) Eseguire il calcolo sia nel caso di cifre tutte diverse che nel caso in cui le cifre possono essere ripetute.
- B) Se volessi che la cifra delle unità sia un numero pari e le altre dispari? Fai il calcolo sia con cifre tutte diverse che uguali

A) CIFRE NON RIPETUTE



$$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = D_{6,4} = \frac{6!}{(6-4)!} = 360$$

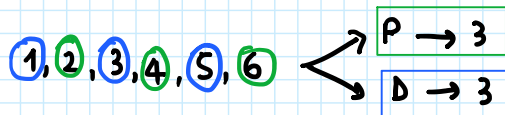
CIFRE RIPETUTE

1°	2°	3°	4°
----	----	----	----

$$6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = D'_{6,4} = 6^4 = 1.296$$

B)

CIFRE NON RIPETUTE



D	D	D	P
---	---	---	---

$$3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 = 3^2 \cdot 2 = 18$$

CIFRE RIPETUTE

D	D	D	P
---	---	---	---

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4 = 81$$

2) Ad una gara partecipano 20 concorrenti.

A) Quante terne di primi tre classificati si possono formare (nell'ipotesi che non vi sia ex-aequo)?

B) In quanti modi può essere formata la classifica di tutti e 20 i concorrenti?

A)

1°	2°	3°
----	----	----

$$20 \times 19 \times 18 = D_{20,3} = \frac{20!}{(20-3)!} = 6.840$$

B) $20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = P_{20} = D_{20,20} = 20! \approx 2,43 \cdot 10^{18}$

- 3) L'allenatore di calcio di una squadra di 6 giocatori deve sceglierne 3 giocatori da far giocare in attacco con posizioni diverse.
In quanti modi possibili può avvenire la scelta?

1°	2°	3°
----	----	----

$$6 \cdot 5 \cdot 4 = D_{6,3} = \frac{6!}{(6-3)!} = 120$$

- 4) Un comune deve scegliere 3 imprese tra 8 concorrenti per assegnare 3 lavori.
In quanti modi il Comune può fare l'assegnazione? E se i lavori fossero 8?

A) 8 IMPRESE, 3 POSTI

1°	2°	3°
----	----	----

$$8 \cdot 7 \cdot 6 = D_{8,3} = \frac{8!}{(8-3)!} = 336$$

A) 8 IMPRESE, 8 POSTI

$$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = P_8 = D_{8,8}$$

$$= 8! = 40.320$$

- S) A) Quante parole di 4 lettere diverse (anche senza significato) si possono formare con le 21 lettere dell'alfabeto?
 B) Quante parole iniziano per una vocale?
 C) Quante iniziano con la sigla TO?
 D) Quante terminano con una consonante?

A)

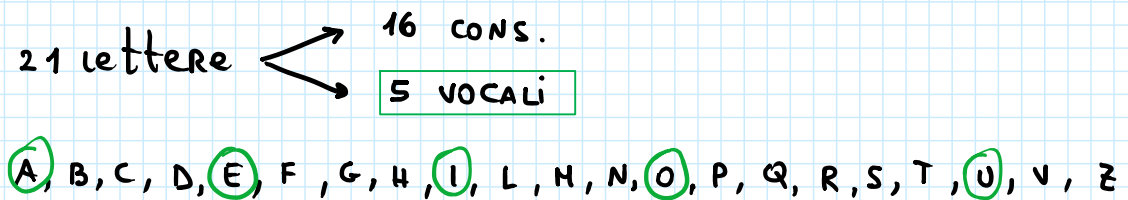
L1	L2	L3	L4
----	----	----	----

$$21 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 18 = D_{20,4} = \frac{21!}{(21-4)!}$$

$$= \frac{21 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot \cancel{17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}}{\cancel{17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}}$$

$$= 143.640$$

- B) Quante parole iniziano per una vocale?



V	L2	L3	L4
---	----	----	----

$$5 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 18$$

$$= D_{5,1} \cdot D_{20,3} = \frac{5!}{(5-1)!} \cdot \frac{20!}{(20-3)!}$$

$$= 34.200$$

- C) Quante iniziano con la sigla TO?

T	O	L3	L4
---	---	----	----

$$1 \cdot 1 \cdot 19 \cdot 18 =$$

$$= D_{19,2} = \frac{19!}{(19-2)!} = 342$$

D) Quante terminano con una consonante?

L1	L2	L3	C
----	----	----	---

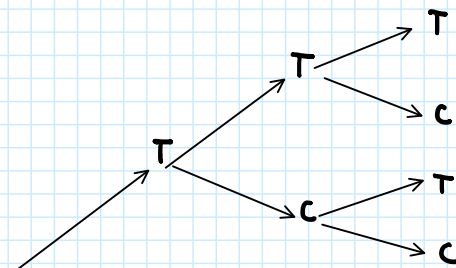
$$20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 16$$

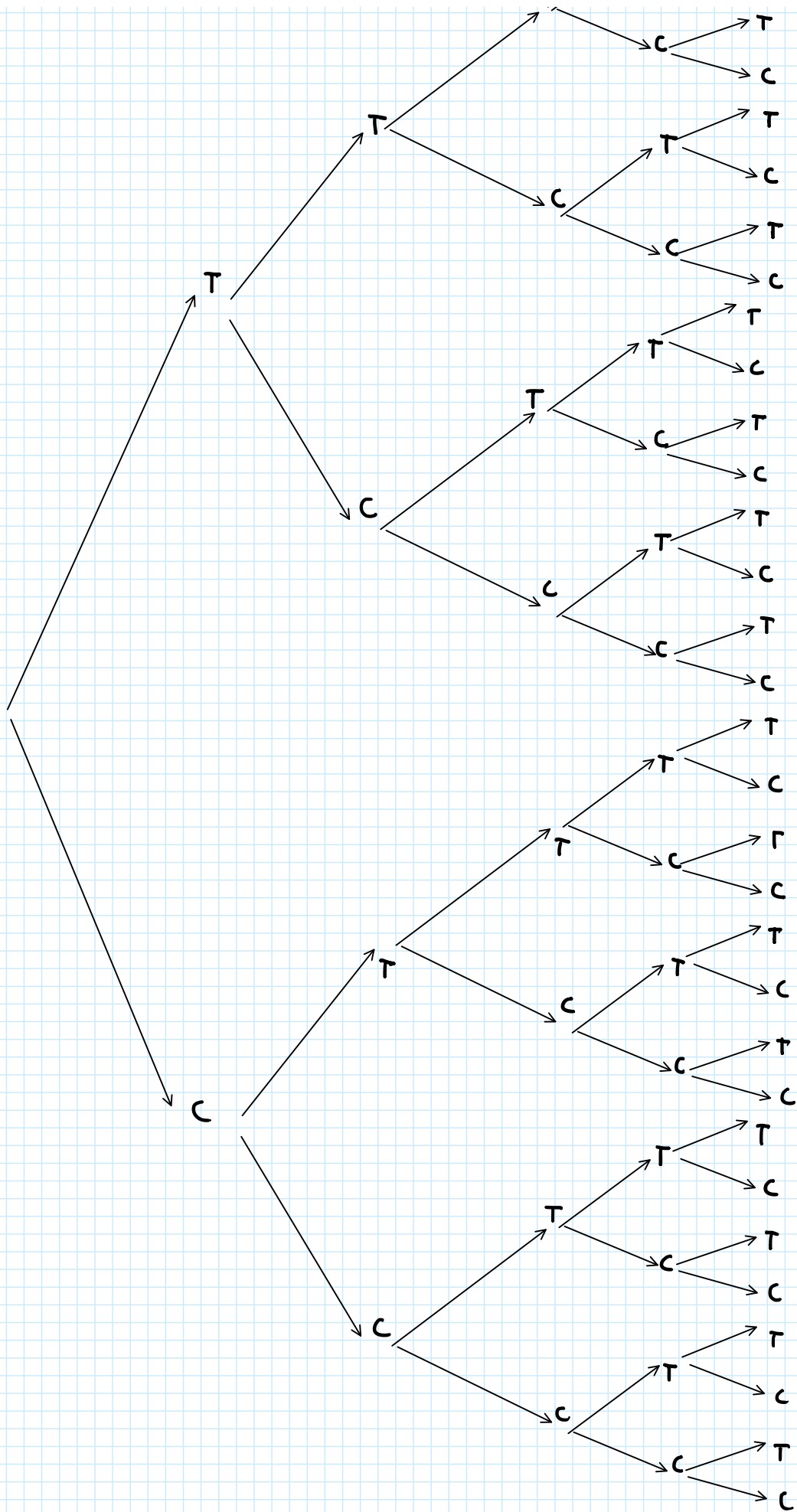
$$D_{20,3} \cdot D_{16,1} = \frac{20!}{(20-3)!} \cdot \frac{16!}{(16-1)!}$$

$$= 109.440$$

6) Si lancia 5 volte una moneta.
Quante successione di T (testa) e C (croce) si possono avere?

1°	2°	3°	4°	5°
T-C	T-C	T-C	T-C	T-C





1°	2°	3°	4°	5°
T-C	T-C	T-C	T-C	T-C

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$$

$$2^5 = D'_{2,5} = 32$$

- 7) Un'urna contiene 25 palline numerate da 1 a 25. Si estraggono successivamente 3 palline (senza rimetterle nell'urna).
- A) Quante sono le possibili terne ordinate di numeri che si ottengono?
 B) Di queste quante sono formate da numeri pari?
 C) Quante terne sono formate dalle prime due palline con numeri pari e dalla terza con un numero dispari?

$$m = 25$$

- A) Quante sono le possibili terne ordinate di numeri che si ottengono?

1^A	2^A	3^A
-------	-------	-------

$$25 \cdot 24 \cdot 23 = D_{25,3} = \frac{25!}{(25-3)!}$$

$$= 13.800$$

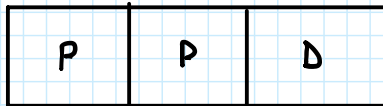
- B) Di queste quante sono formate da numeri pari?

$$m = 25 \begin{cases} P \rightarrow 12 & \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24\} \\ D \rightarrow 13 & \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25\} \end{cases}$$

P	P	P
---	---	---

$$12 \cdot 11 \cdot 10 = D_{12,3} = \frac{12!}{(12-3)!} = 1.320$$

- C) Quante terne sono formate dalle prime due palline con numeri pari e dalla terza con un numero dispari?

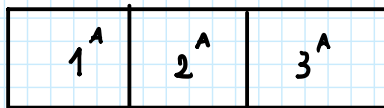


$$\begin{aligned}
 12 \cdot 11 \cdot 13 &= D_{12,2} \cdot D_{13,1} \\
 &= \frac{12!}{(12-2)!} \cdot \frac{13!}{(13-1)!} \\
 &= 1.716
 \end{aligned}$$

- 8) Rispondere alle stesse domande dell'esercizio precedente nell'ipotesi che ognuna delle palline estratte venga rimessa nell'urna prima di eseguire una nuova estrazione?

$$m = 25$$

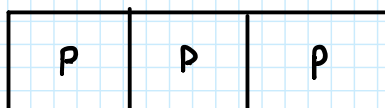
- A) Quante sono le possibili terne ordinate di numeri che si ottengono?



$$\begin{aligned}
 25 \cdot 25 \cdot 25 &= D'_{25,3} = 25^3 \\
 &= 15.625
 \end{aligned}$$

- B) Di queste quante sono formate da numeri pari?

$$\begin{aligned}
 m = 25 &\begin{cases} \rightarrow P \rightarrow 12 & \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24\} \\ \rightarrow D \rightarrow 13 & \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25\} \end{cases}
 \end{aligned}$$



$$12 \cdot 12 \cdot 12 = D'_{12,3} = 12^3 = 1.728$$

- C) Quante terne sono formate dalle prime due palline con numeri pari e dalla terza con un numero dispari?

P	P	D
---	---	---

$$12 \cdot 12 \cdot 13 = D'_{12,2} \cdot D'_{13,1}$$

$$= 12^2 \cdot 13^1$$

$$= 1.827$$

9) Calcolare quanti anagrammi si possono formare con le lettere della parola PANE, ANTICO, SQUADRONE

PANE $\longrightarrow P_4 = D_{4,4} = 4! = 24$

ANTICO $\longrightarrow P_6 = D_{6,6} = 6! = 720$

SQUADRONE $\longrightarrow P_9 = D_{9,9} = 9! = 362.880$

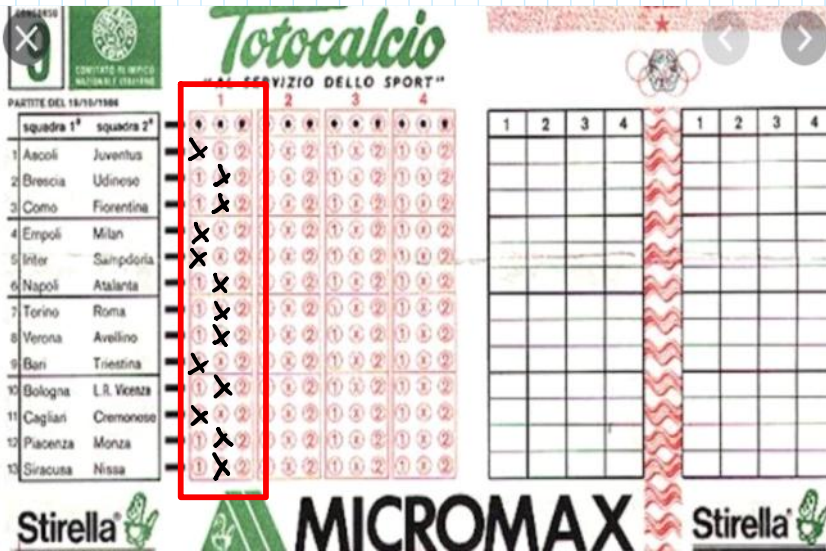
10) Calcolare quanti anagrammi della parola VITI, CASSA, ITALIA, NINNOLO si possono formare.

VITI $\longrightarrow \frac{P_4}{2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 12$

CASSA $\longrightarrow \frac{P_5}{2! \cdot 2!} = \frac{5!}{2! \cdot 2!} = 30$

NINNOLO $\longrightarrow \frac{P_7}{3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = \frac{7!}{3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = 420$

- 11) In quanti modi può essere compilata la schedina del totocalcio a 14 risultati se si utilizzano solo i simboli 1,X? Se invece utilizziamo solo due simboli?



$$1X \rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2 = D_{2,14}^1 = 2^{14} = 16.384$$

$$\begin{array}{l} 1X \\ 12 \\ \times 2 \end{array} \rightarrow 3 \cdot D_{2,14}^1 = 3 \cdot 2^{14} = 49.152$$

- 12) Quanti anagrammi (anche senza significato) si possono formare con le seguenti parole, in modo che la prima e l'ultima lettera siano fisse:

ISOLA

CASSATA

INDIVISIBILISSIMI

$$\boxed{I} \text{ SOLA } \boxed{A} \rightarrow \boxed{1} \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \boxed{1}$$

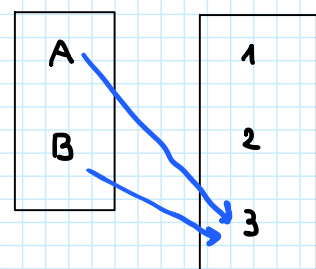
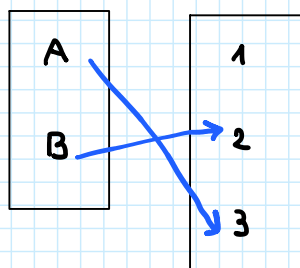
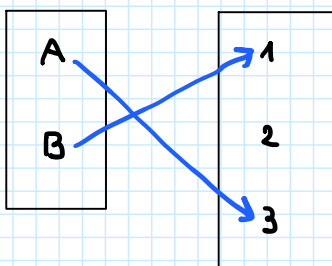
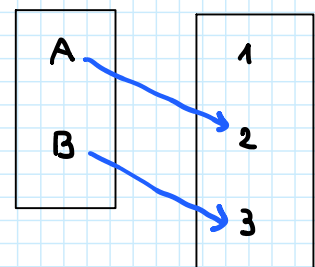
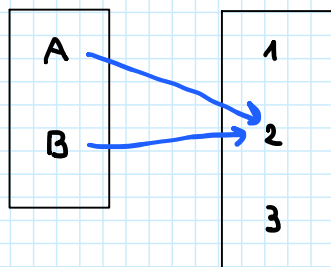
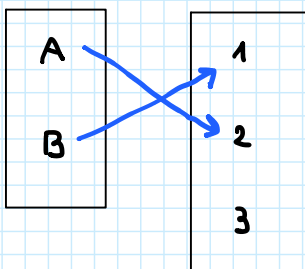
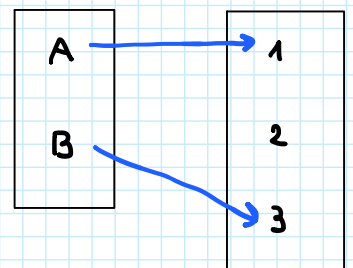
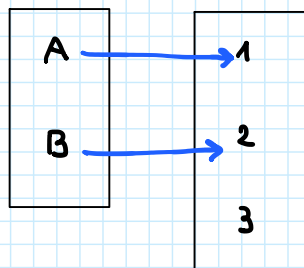
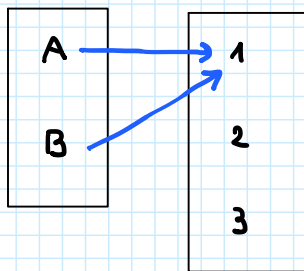
$$= 1 \cdot 3! \cdot 1 = 3! = 6$$

$$\boxed{C} \boxed{A} \boxed{S} \boxed{S} \boxed{A} \boxed{T} \boxed{A} \rightarrow 1 \cdot \frac{5!}{2! \cdot 2!} \cdot 1 = 30$$

$$\begin{array}{cccccccccccccccc} \text{I} & \text{N} & \text{D} & \text{I} & \text{V} & \text{I} & \text{S} & \text{I} & \text{B} & \text{I} & \text{L} & \text{I} & \text{S} & \text{S} & \text{I} & \text{N} & \text{I} \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 \end{array} \rightarrow 1 \cdot \frac{15!}{6! \cdot 3!} \cdot 1 =$$

$$= 302.402.400$$

13) Dati gli insiemi $A = \{a, b\}$ e $B = \{1, 2, 3\}$, tracciare i diagrammi di tutte le funzioni che vanno da A a B. Quante di queste sono iniettive?



$$3^2 = D'_{3,2} = 9 = m_B^{m_A} = m_y^{m_x}$$

$$\text{funz. iniet.} = 6 = 3^2 - 3$$

14) Determinare con quanti zeri terminano i seguenti numeri:

20!
40!
100!

$$20! = \underbrace{20}_{\text{5}} \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot \underbrace{16}_{\text{5}} \cdot \underbrace{15}_{\text{5}} \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot \rightarrow 0;0$$

$$\underbrace{10}_{\text{5}} \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \underbrace{5}_{\text{5}} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \rightarrow 0;0$$

4 zeri.

$$40! = 40 \cdot \dots \cdot 35 \cdot \dots \cdot 31 \rightarrow 0;0 \rightarrow 2$$

$$30 \cdot \dots \cdot \underbrace{25}_{\text{5} \cdot \text{5}} \cdot \dots \cdot 21 \rightarrow 0;0;0 \rightarrow 3$$

$$20 \cdot \dots \cdot 1 \rightarrow \dots \rightarrow 4$$

9

$$100! = 100 \cdot \dots \cdot 95 \cdot \dots \cdot 91 \rightarrow 00;0 \rightarrow 3$$

$$90 \cdot \dots \cdot 85 \rightarrow 0;0 \rightarrow 2$$

$$80 \cdot \dots \cdot \underbrace{75}_{\text{5} \cdot \text{5}} \cdot \dots \cdot 71 \rightarrow 0;0;0 \rightarrow 3$$

$$\underbrace{2 \cdot 5^2}_{\text{5} \cdot \text{10}} \rightarrow \dots$$

$$70 \cdot \dots \cdot 65 \rightarrow 0;0 \rightarrow 2$$

$$60 \cdot \dots \cdot 55 \rightarrow 0;0 \rightarrow 2$$

$$\underbrace{5 \cdot 10}_{\text{50}} \rightarrow \underbrace{50}_{\text{5} \cdot \text{10}} \cdot \dots \cdot 45 \rightarrow 0;0;0 \rightarrow 3$$

$$40 \rightarrow \dots \rightarrow 9$$

24

