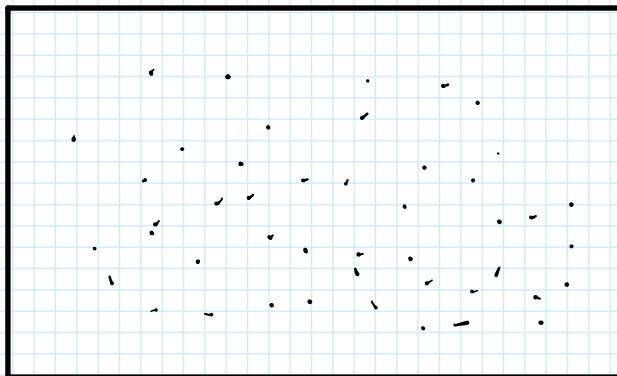


PROBABILITA'



SPAZIO CAMPIONARIO



Ω = SPAZIO CAMPIONARIO

È l'insieme di tutti i casi possibili



Ω = SPAZIO CAMPIONARIO

È l'insieme di tutti i casi possibili

A = sottoinsieme

\bar{A} = complementare di A rispetto a Ω

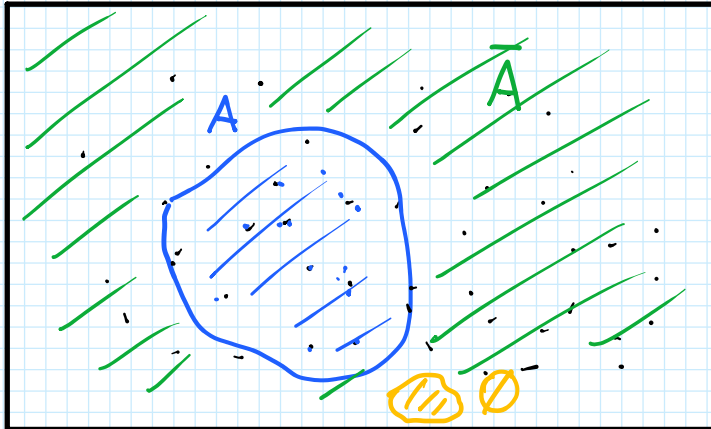
\emptyset = insieme vuoto

$$\Omega \cup \emptyset = \Omega$$

$$P(\Omega) = 1$$

$$P(\emptyset) = 0$$

$$P(\Omega) + P(\emptyset) = P(\Omega) = 1$$



Ω = SPAZIO CAMPIONARIO

È l'insieme di tutti i casi possibili

A = sottoinsieme

\bar{A} = complementare
di A rispetto a Ω

$$\Omega \cup \emptyset = \Omega$$

Ω - NIE / I S' ME VUOTO

$$A \cup \bar{A} = \Omega$$

$$P(A) = \frac{\text{m}^\circ \text{ CASI FAVOREVOLI AD } A}{\text{m}^\circ \text{ CASI POSSIBILI}}$$

$$P(A) + P(\bar{A}) = P(\Omega) = 1$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

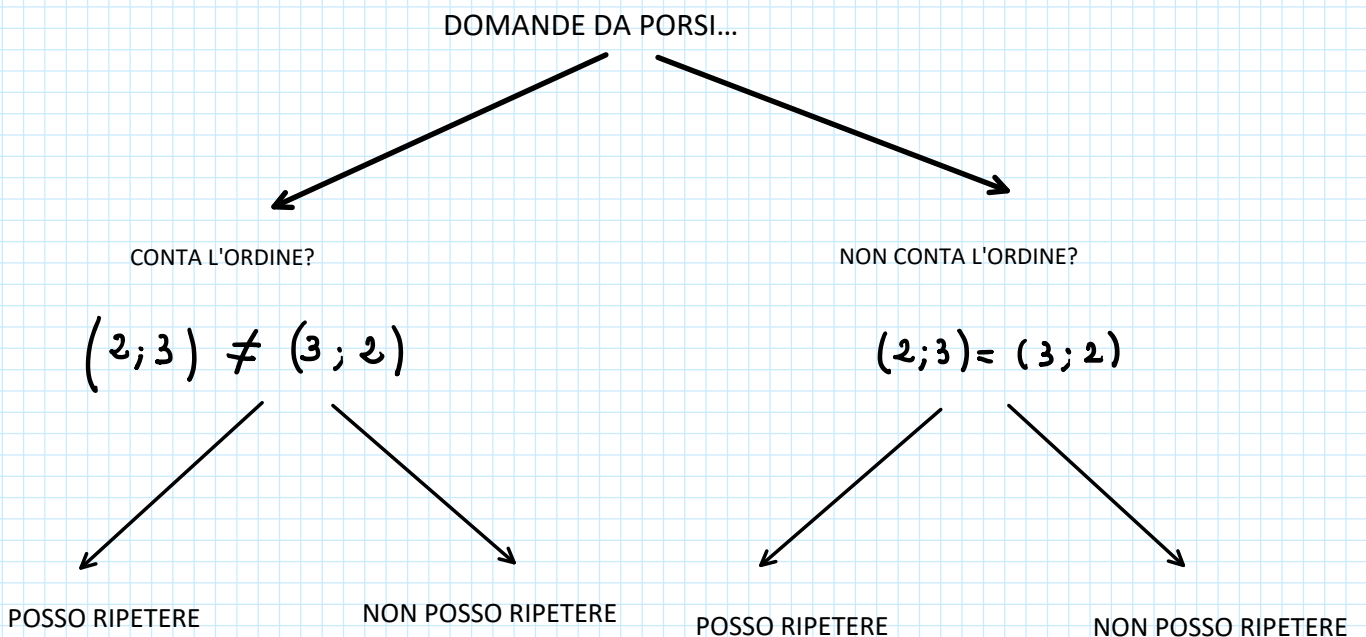
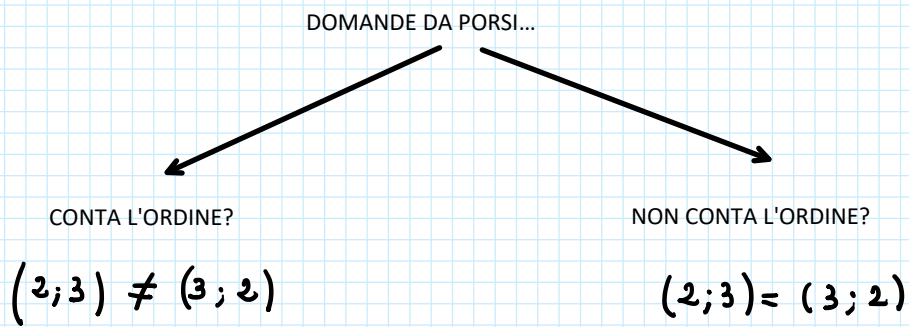
SPAZIO CAMPIONARIO

Per definire lo SPAZIO CAMPIONARIO mi serve un testo.
Non è sempre facile definire uno spazio campionario.

Anche quando il testo sembra molto semplice

ESEMPIO

Quante coppie si possono estrarre da un'urna contenente 3 palline



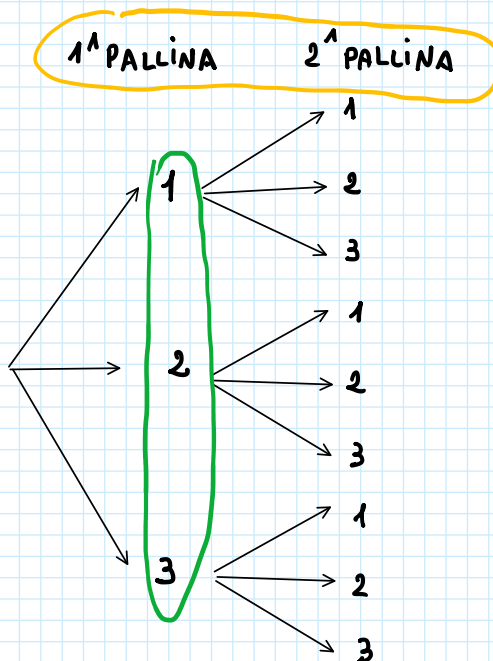
(1;1)	(1;1)	(1;1)	(1;1)
(1;2)	(1;2)	•(1;2)	•(1;2)
(1;3)	(1;3)	□(1;3)	□(1;3)
(2;1)	(2;1)	• (2;1)	• (2;1)
(2;2)	(2;2)	(2;2)	(2;2)
(2;3)	(2;3)	×(2;3)	×(2;3)
(3;1)	(3;1)	□ (3;1)	□ (3;1)
(3;2)	(3;2)	× (3;2)	× (3;2)
(3;3)	(3;3)	(3;3)	(3;3)
9 coppie!	6 coppie	6 coppie	3 coppie

COME SI CALCOLA IL NUMERO DI ELEMENTI DELLO SPAZIO CAMPIONARIO?

CONTA L'ODINE → **Disposizione**
 POSSO RIPETERE → **CON RIPETIZIONE**

- (1;1)
 - (1;2)
 - (1;3)
 - (2;1)
 - (2;2)
 - (2;3)
 - (3;1)
 - (3;2)
 - (3;3)
- 9 coppie!

DIAGRAMMA AD ALBERO



$3 \times 3 = 9$
 2 ← N° ELEM. gruppo
 3 ← N° ELEM. A DISPOSIZIONE

IN generale se da un insieme iniziale di n elementi voglio formare un gruppo di k elementi, In cui conta l'ordine e posso ripetere gli elementi, segue la formula:

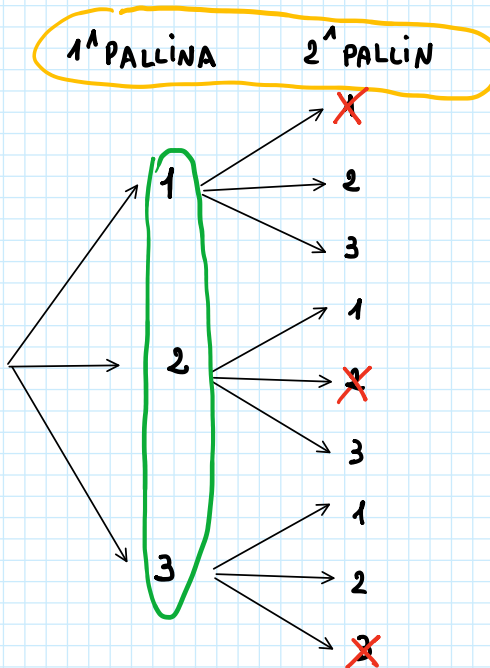
Disposizione con ripetizione

$$D_{m,k}^1 = m^k \text{ casi possibili}$$

CONTA L'ODINE
NON POSSO RIPETERE

- ~~(1; 1)~~
 - (1; 2)
 - (1; 3)
 - (2; 1)
 - ~~(2; 2)~~
 - (2; 3)
 - (3; 1)
 - (3; 2)
 - ~~(3; 3)~~
- 6 coppie

DIAGRAMMA AD ALBERO



$$\begin{array}{l}
 1 \quad 2 \\
 3 \cdot 2 = 6 \\
 \downarrow \\
 (3 - 2 + 1)
 \end{array}$$

IN generale se da un insieme iniziale di n elementi voglio formare un gruppo di k elementi,
In cui conta l'ordine e NON posso ripetere gli elementi, segue la formula:

DISPOSIZIONE SENZA RIPETIZIONE

$$\begin{aligned}
 D_{m,k} &= m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdots (m-k+1) \\
 &= \frac{m!}{(m-k)!}
 \end{aligned}$$

FATTORIALE

$$m! = m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$2! = 2 \cdot 1 = 2$$

$$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

$$6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$$

$$7! = 7 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 = 5.040$$

$$8! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 = 40.320$$

$$9! = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 = 362.880$$

$$10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3.628.800$$

...

$$D_{m,k} = \frac{m!}{(m-k)!}$$

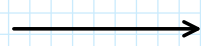
$$= \frac{m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot \dots \cdot (m-k+1) \cdot \cancel{(m-k)} \cdot \cancel{(m-k-1)} \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{\cancel{(m-k)} \cdot \cancel{(m-k-1)} \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$= m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot \dots \cdot (m-k+1)$$

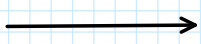
NON CONTA

L'ORDINE

NON POSSO RIPETERE



COMBINAZIONE



SENZA RIPETIZIONE

~~(1;1)~~

• (1;2)

□ (1;3)

• ~~(2;1)~~

~~(2;2)~~

× (2;3)

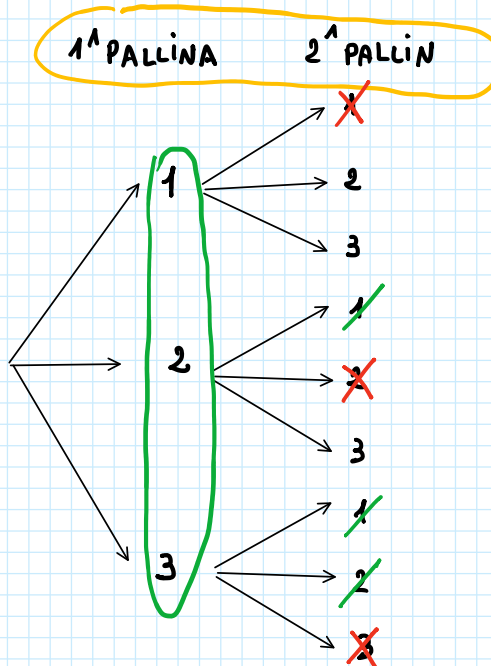
□ ~~(3;1)~~

× ~~(3;2)~~

~~(3;3)~~

3 coppie

DIAGRAMMA AD ALBERO



$$C_{m,k} = \frac{D_{m,k}}{k!} = \frac{m!}{(m-k)! k!} = \binom{m}{k} \text{ COEFFICIENTE BINOMIALE}$$

COEFFICIENTE BINOMIALE

$$\binom{m}{k} = \frac{m!}{(m-k)! k!}$$

$$\begin{aligned} \binom{3}{2} &= \frac{3!}{(3-2)! 2!} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot (2 \cdot 1)} \\ &= \frac{3 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{1 \cdot (\cancel{2} \cdot \cancel{1})} = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \binom{5}{3} &= \frac{5!}{(5-3)! 3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(2 \cdot 1) \cdot (3 \cdot 2 \cdot 1)} = \\ &= \frac{5 \cdot \overset{2}{\cancel{4}} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{(\cancel{2} \cdot \cancel{1}) \cdot (\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1})} = 5 \cdot 2 = 10 \end{aligned}$$

PROPRIETA'

$$\binom{m}{k} = \binom{m}{m-k}$$

$$\begin{aligned} \binom{5}{3} &= \binom{5}{5-3} = \binom{5}{2} = \frac{5!}{(5-2)! 2!} \\ &= \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(3 \cdot 2 \cdot 1) \cdot (2 \cdot 1)} = 10 \end{aligned}$$

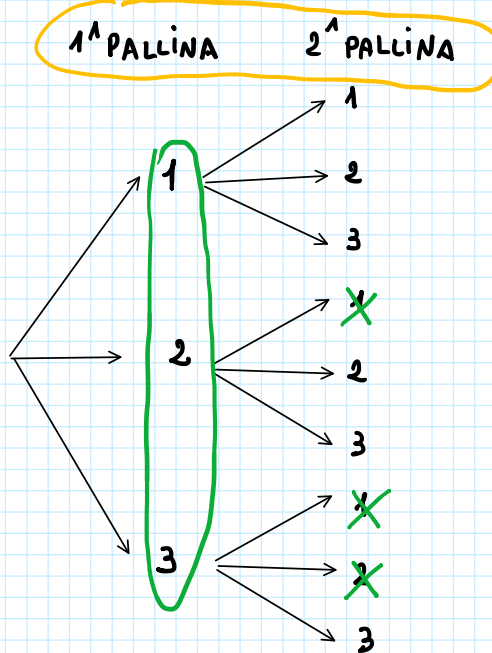
$$\binom{m}{0} = \binom{m}{m} = 1$$

NON CONTA L'ORDINE
POSSO RIPETERE

→ COMBINAZIONE
→ CON RIPETIZIONE

- (1; 1)
- (1; 2)
- (1; 3)
- ~~(2; 1)~~
- (2; 2)
- × (2; 3)
- ~~(3; 1)~~
- × ~~(3; 2)~~
- (3; 3)
- 6 coppie

DIAGRAMMA AD ALBERO



$$C_{m,k}^1 = \binom{m+k-1}{k}$$

$$C_{3,2}^1 = \binom{3+2-1}{2} = \binom{4}{2}$$

$$= \frac{4!}{(4-2)! \cdot 2!} =$$

$$= \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(2 \cdot 1) \cdot (2 \cdot 1)} = 6$$