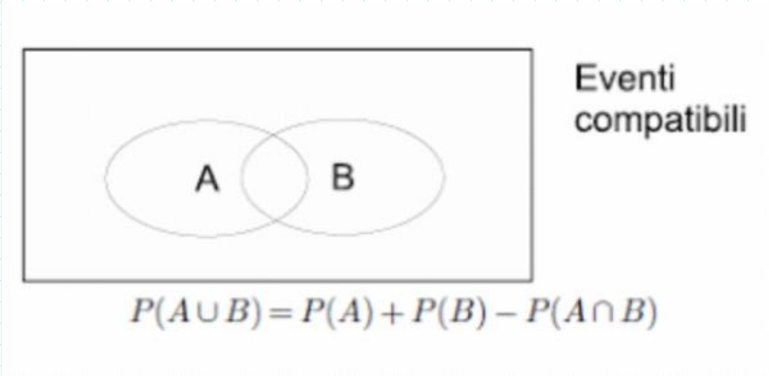
13.2-Ev. comp. Indip.

martedì 25 agosto 2020 02:15

EVENTI COMPATIBILI INDIPENDENTI

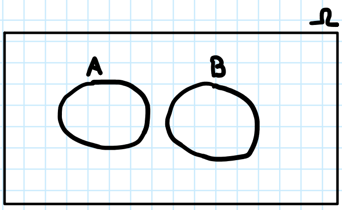


Ritorniamo per un attimo allo schema degli eventi

DUE EVENTI DELLO SPAZIO CAMPIONARIO

INCOMPATIBILI

Se si manifesta l'evento A non può manifestarsi l'evento B



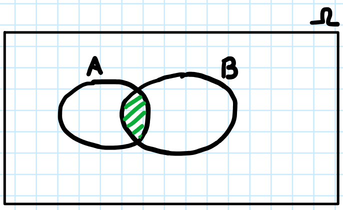
$A \cap B = \emptyset$

$P(A \cap B) = 0$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

COMPATIBILI

Se si manifesta l'evento A può manifestarsi l'evento B



$A \cap B \neq \emptyset$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

EVENTI COMPATIBILI INDIPENDENTI

Il verificarsi dell'evento A NON MODIFICA la probabilità che si verifichi B e viceversa

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Estrazione con reinserimento

EVENTI COMPATIBILI DIPENDENTI

Il verificarsi dell'evento A MODIFICA la probabilità che si verifichi B e viceversa

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$
$$= P(B) \cdot P(A|B)$$

PROBABILITA' CONDIZIONATE

$P(B|A) =$ Probabilità di B dato A (condizionata ad A)

È la probabilità che si verifichi l'evento B dato che si è verificato l'evento A

$P(A|B) =$ Probabilità di B dato A (condizionata ad B)

È la probabilità che si verifichi l'evento B dato che si è verificato l'evento A

(TEOREMA DI BAYES)

ESEMPIO DI EVENTI COMPATIBILI INDIPENDENTI

1) IL LANCIO DEI DADI

Si lancia due volte un dado regolare a sei facce.
Si considerino gli eventi:

A) Nel primo lancio esce il numero 3
B) Nel secondo lancio esce un numero minore di 3.

Calcola la probabilità

- Che si verifichi A e B
- Che si verifichi A oppure B

DADO 1	1	2	$\boxed{3}$	4	5	6

DADO 1	1	2	3	4	5	6
DADO 2	1	2	3	4	5	6

$$P(A) = \frac{1}{6} = 16{,}67\%$$

$$P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 33{,}33\%$$

Quando li considero insieme...

		DADO 2					
		1	2	3	4	5	6
D	1	1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6
A	2	2-1	2-2	2-3	2-4	2-5	2-6
D	3	3-1	3-2	3-3	3-4	3-5	3-6
O	4	4-1	4-2	4-3	4-4	4-5	4-6
	5	5-1	5-2	5-3	5-4	5-5	5-6
1	6	6-1	6-2	6-3	6-4	6-5	6-6

$$m(\Omega) = 6^2 = 36$$

$$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} = 16{,}67\%$$

$$P(B) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3} = 33{,}33\%$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18} = 5{,}55\%$$

NOTA BENE !!!

$$P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{18} = P(A \cap B)$$

A, B INDIPENDENTI !!!

		DADO 2					
		1	2	3	4	5	6
D	1	1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6
A	2	2-1	2-2	2-3	2-4	2-5	2-6
D	3	3-1	3-2	3-3	3-4	3-5	3-6
O	4	4-1	4-2	4-3	4-4	4-5	4-6
	5	5-1	5-2	5-3	5-4	5-5	5-6
1	6	6-1	6-2	6-3	6-4	6-5	6-6

$$P(A \cup B) = \frac{16}{36} = \frac{4}{9} = 44{,}44\,\%$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \boxed{\frac{6}{36}} + \boxed{\frac{12}{36}} - \boxed{\frac{2}{36}} = \frac{16}{36}$$

2) Nel motomondiale Piloti MOTO 3 e MOTO 2 del 2020 i favoriti sono rispettivamente lo spagnolo Albert Arena e l'italiano Luca Marini.
Le quote per i due sportivi nei rispettivi campionati sono 1,65 per lo spagnolo e 3,00 per l'italiano.
Supponendo che queste quote rispecchino fedelmente la probabilità di vittoria, ovvero che si è in presenza di un gioco equo, calcolare la probabilità che entrambi perdano il loro mondiale.

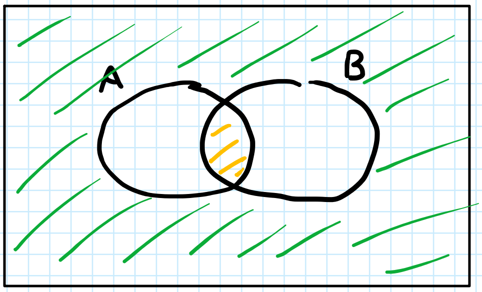
A = ARENA VINCE IL MONDIALE MOTO 3

B = MARINI VINCE IL MONDIALE MOTO 2

$$P(\text{vitt}) = \frac{1}{\text{quota}}$$

$$P(A) = \frac{1}{1{,}65} = 60{,}60\,\%$$

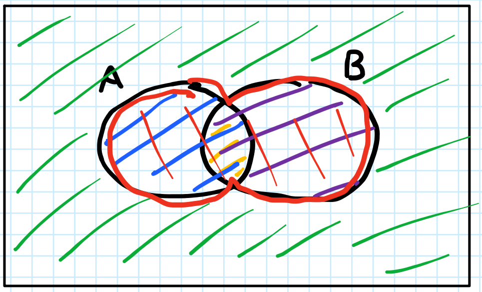
$$P(B) = \frac{1}{3{,}00} = 33{,}33\,\%$$



$$\boxed{P(\bar{A} \cap \bar{B})} = 1 - P(A \cup B) \quad \text{MODO 1}$$
$$= P(\overline{A \cup B})$$

$$= P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) \quad \text{MODO 2}$$

MODO 1 ;



$$\boxed{P(A \cup B)} = \boxed{P(A)} + \boxed{P(B)} - \boxed{P(A \cap B)} \quad (\text{INDIP.})$$
$$= P(A) + P(B) - \boxed{P(A) \cdot P(B)}$$
$$= 60{,}60\% + 33{,}33\% - 60{,}60\% \cdot 33{,}33\%$$
$$= 73{,}73\%$$

$$\boxed{P(\bar{A} \cap \bar{B})} = P(\overline{A \cup B})$$
$$= 1 - P(A \cup B) =$$
$$= 1 - 0{,}7373 = 26{,}27\%$$

MODO 2

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 60{,}60\% = 39{,}4\%$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 33{,}33\% = 66{,}67\%$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B})$$

$$= 39{,}4\% \cdot 66{,}67\%$$

$$= 26{,}27\%$$

3) La probabilità che avvenga l'evento A oppure l'evento B è del 60%.
Se la probabilità che si verifica l'evento A è del 42% si calcoli la probabilità che si verifichi l'evento B e la probabilità dell'intersezione sapendo che i due eventi sono INDIPENDENTI.

$$P(A \cup B) = 0{,}60$$

$$P(A) = 0{,}42$$

$$P(B) = ?$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \boxed{P(A \cap B)}$$

$$\boxed{A, B \text{ INDIP.} \rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

$$P(B) \cdot (1 - P(A)) = P(A \cup B) - P(A)$$

$$P(B) = \frac{P(A \cup B) - P(A)}{1 - P(A)}$$

$$= \frac{0{,}60 - 0{,}42}{1 - 0{,}42} = 0{,}3103 = 31{,}03\%$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$= 0{,}42 \cdot 0{,}3103 = 13{,}03\%$$