

SUCCESSIONI

$$S_0 = u_0,$$

$$S_1 = u_0 + u_1,$$

$$S_2 = u_0 + u_1 + u_2 \dots,$$

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

SUCCESSIONI

DEFINIZIONE

Consideriamo l'insieme N dei numeri naturali

$$N = \{0; 1; 2; 3; \dots, m; m+1; \dots\}$$

Questo è l'esempio canonico di successione

$$n \longrightarrow a_n$$

In generale una successione può vedersi come una funzione tra l'insieme dei naturali e l'insieme dei reali.

$$f: N \rightarrow R$$

$$f: n \rightarrow a_n$$

Successione

$$a_0 \quad a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_m$$

ESEMPI DI SUCCESSIONE

$$n > n \quad n \longrightarrow n^2$$

$$m \geq 0 \quad m \longrightarrow m^2$$

$$0, 1, 4, 9, 16, \dots, m^2$$

$$m \geq 0 \quad m \longrightarrow (-1)^m$$

$$1; -1; 1; -1; 1; \dots$$

$$m \geq 1 \quad m \longrightarrow 2^{1/m}$$

$$2; \sqrt{2}; \sqrt[3]{2}; \sqrt[4]{2}; \sqrt[5]{2}; \dots$$

$$m \geq 2 \quad m \longrightarrow \frac{m+1}{m-1}$$

$$3; 2; \frac{5}{3}; \frac{6}{4}; \frac{7}{5}; \dots$$

SUCCESSIONI LIMITATE

SUCCESSIONE LIMITATA INFERIORMENTE

$$a_m \quad \text{si dice limitata inferiormente sse} \quad \forall m \exists m \leq a_m$$

SUCCESSIONE LIMITATA SUPERIORMENTE

$$a_m \quad \text{si dice limitata superiormente sse} \quad \forall m \exists M \geq a_m$$

SUCCESSIONE LIMITATA

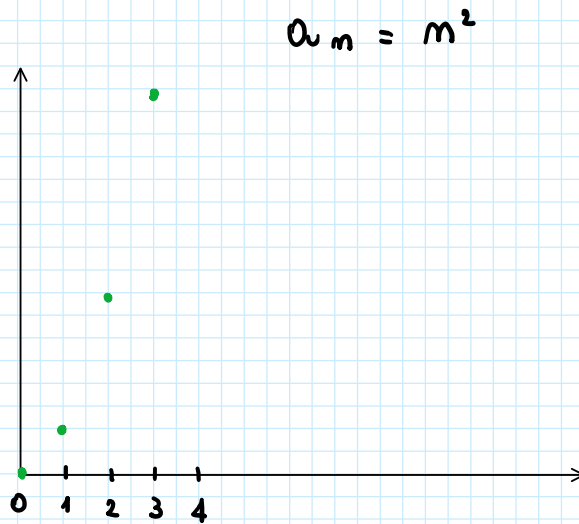
$$a_m \quad \text{si dice limitata sse} \quad \forall m \exists M; m \text{ t.c.}$$

$$m \leq a_m \leq M$$

ESEMPIO

$$a_m = m^2$$

ESEMPIO



m	m^2
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16

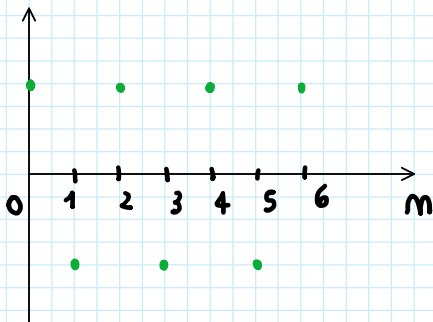
Limitata inferiormente

$$\text{Inf}(a_m) = 0$$

Illimitata superiormente

$$\text{Sup}(a_m) = +\infty$$

$$a_m = (-1)^m$$



m	$(-1)^m$
0	1
1	-1
2	1
3	-1
4	1
5	-1

SUCCESSIONI CONVERGENTI, DIVERGENTI E IRREGOLARI

SUCCESSIONI CONVERGENTI

Una successione $\{a_m\}$ si dice convergente se esiste un numero l tale che:

$$m \rightarrow \infty \quad |a_m - l| < \varepsilon \quad \text{con } l \in \mathbb{R}$$

l si chiama limite della successione

Detto in parole più semplici:

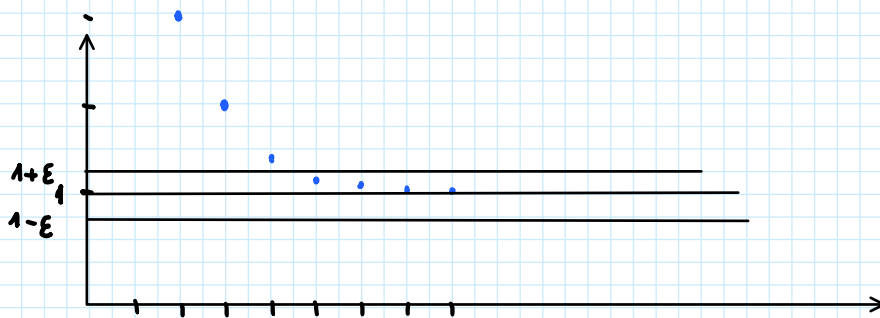
$$\lim a_m = l$$

$$m \rightarrow \infty$$

ESEMPIO

$$a_m = \frac{m+1}{m-1} \quad \text{CON } m \geq 2$$

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{m+1}{m-1} \sim \frac{m}{m} = 1$$



$$3; 2; \frac{5}{3}; \frac{6}{4}; \frac{7}{5}; \dots$$

m	$\frac{m+1}{m-1}$
2	3
3	2
4	$\frac{5}{3} = 1,66$
5	$\frac{6}{4} = 1,50$
6	$\frac{7}{5} = 1,40$
7	$\frac{8}{6} = 1,33$
8	$\frac{9}{7} = 1,285\dots$

SUCCESSIONI DIVERGENTI

Una successione si dice divergente se:

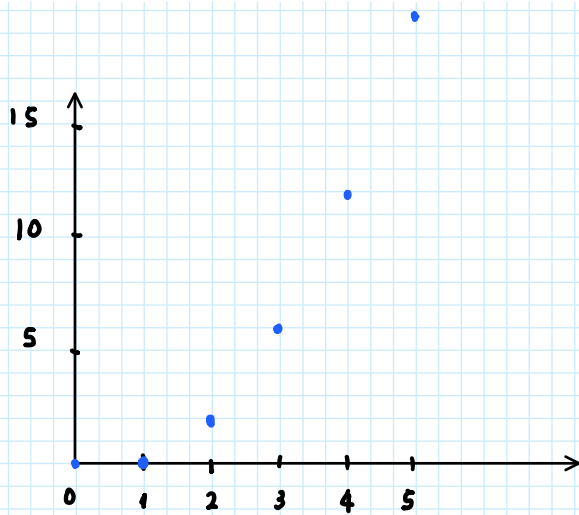
$$\lim_{m \rightarrow +\infty} a_m = +\infty \quad \text{oppure}$$

$$\lim_{m \rightarrow +\infty} a_m = -\infty$$

ESEMPIO

$$a_m = m^2 - m$$

$$\lim_{m \rightarrow +\infty} (m^2 - m) \sim m^2 = +\infty$$



m	$m^2 - m$
0	0
1	0
2	2
3	6
4	12
5	20

SUCCESSIONI IRREGOLARI

Una successione si dice irregolare quando non esiste il limite della successione

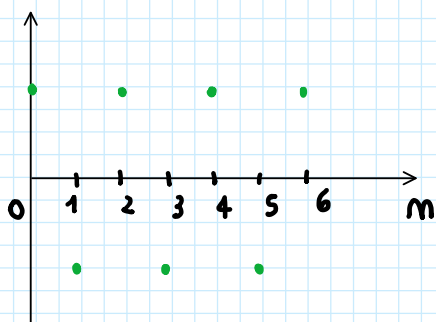
$$\lim_{m \rightarrow \infty} a_m = \text{?}$$

ESEMPIO

$$a_m = (-1)^m$$

$$\lim_{m \rightarrow +\infty} (-1)^m = \pm 1 ?? \text{?}$$

$$a_m = (-1)^m$$



m	$(-1)^m$
0	1
1	-1
2	1
3	-1
4	1
5	-1

IN SINTESI

