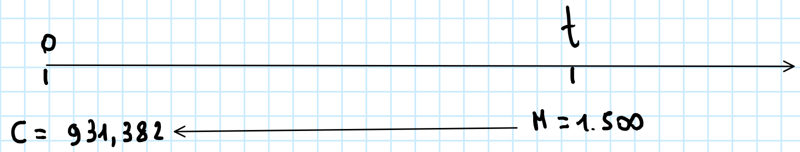
ESERCIZIO 3

Dato il fattore di attualizzazione v(t), descritto in seguito, calcolare in quanto tempo deve essere scontata una cambiale dal valore nominale di 1.500 euro affinché il suo valore attuale sia di 931, 382 euro (al tempo zero)

Calcola successivamente lo sconto, il tasso di sconto e l'intensità di sconto nel periodo considerato $v(t) = 1{,}1^{-t}$



$$C = M \cdot 1{,}1^{-t}$$

$$1{,}1^{-t} = \frac{C}{M}$$

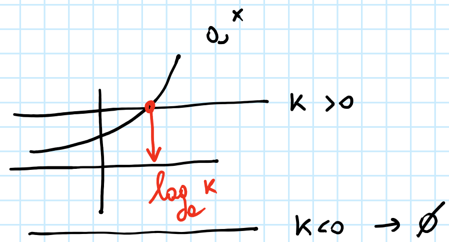
$$-t = \log_{1{,}1}\left(\frac{C}{M}\right)$$

$$t = -\log_{1{,}1}\left(\frac{C}{M}\right) = -\frac{\ln\left(\frac{C}{M}\right)}{\ln(1{,}1)} = -\frac{\ln\left(\frac{931{,}382}{1.500}\right)}{\ln(1{,}1)}$$

$$t = +5$$

$$a^{x} = K$$

$$x = \log_a K$$



$$2^x = 3 \rightarrow x = \log_2 3$$

$$3^x = 5 \rightarrow x = \log_3 5$$

$$1{,}1^t = 3{,}98 \rightarrow t = \log_{1{,}1} 3{,}98$$

$$C = M \cdot 1{,}1^{-t}$$

$$1{,}1^{-t} = \frac{C}{M}$$

$$1{,}1^{-t} = \frac{931}{1500}$$

$$-t = \log_{1{,}1} \frac{931}{1500}$$

$$\log_a b = \frac{\ln b}{\ln a}$$

$$t = -\log_{1{,}1} \frac{931}{1500}$$

$$= -\frac{\ln \frac{931}{1500}}{\ln 1{,}1}$$

(2 punti) Quale forza di interesse costante consente di ottenere, impiegando un capitale di 895€ per 5 anni, un montante di 1415.39€?

(a) $\delta = 0.67567568$

(b) $\delta = 0.21348677$

(c) $\delta = 0.06486486$

(d) $\delta = 0.09166719$

REGIME COMPOSTO è l'unico caratterizzato da forza (o intensità di interesse costante)

$$\delta = \ln(1+i)$$

$$C \cdot (1+i)^t = M$$

$$i = \left(\frac{M}{C}\right)^{1/t} - 1$$

$$\boxed{\delta = \ln\left(1 + \left(\frac{M}{C}\right)^{1/t} - 1\right) = \ln\left(\frac{M}{C}\right)^{1/t} = \frac{1}{t}\ln\left(\frac{M}{C}\right)}$$

$t = 5$

$M = 1.415{,}39$

$C = 895$

$$\delta = \frac{1}{5}\ln\left(\frac{1.415{,}39}{895}\right) = 0{,}0916673$$

$$\delta = \frac{1}{5} \ln \left(\frac{1.415,39}{895} \right) = 0,0916673$$

(a) $\delta = 0.67567568$

(b) $\delta = 0.21348677$

(c) $\delta = 0.06486486$

$\boxed{\text{(d) } \delta = 0.09166719}$

(2 punti) Si consideri il fattore di montante

$$f(t) = \alpha \ln(1 + t) + 1$$

Determinare il parametro reale α affinchè il tasso unitario di sconto d risulti pari al 3%.

(a) $\alpha = 0.0446$

(b) $\alpha = 1.4873$

(c) $\alpha = 0.0433$

(d) $\alpha = 3$

$$f(t) = \alpha \ln(1+t) + 1$$

Tasso di sconto

$$d(t_1, t_2) = \frac{f(t_2) - f(t_1)}{f(t_2)}$$

Tasso unitario di sconto

$$d(0,1) = \frac{f(1) - f(0)}{f((1)} = 0,03$$

$$\frac{\alpha \ln 2 + 1 - (\alpha \ln 1 + 1)}{\alpha \ln 2 + 1} = 0,03$$

$$\frac{\alpha \ln 2}{\alpha \ln 2 + 1} = 0,03$$

$$\alpha \ln 2 = 0,03 \, (\alpha \ln 2 + 1)$$

$$\alpha \ln 2 = 0,03 \, \alpha \ln 2 + 0,03$$

$$\alpha \ln 2 \cdot (1 - 0,03) = 0,03$$

$$\alpha = \frac{0{,}03}{0{,}97 \cdot \ln 2} = 0{,}044619$$

(a) $\boxed{\alpha = 0.0446}$

(b) $\alpha = 1.4873$

(c) $\alpha = 0.0433$

(d) $\alpha = 3$

ESERCIZIO 1. Si consideri il fattore di montante $f(t) = \sqrt{1 + \alpha \cdot t^2}$.

(a) *(1 punto)* Determinare il parametro α affinché il tasso unitario di interesse sia pari al 6%.

$$f(t) = \sqrt{1 + \alpha t^2}$$

Tasso di interesse

$$r(t_1, t_2) = \frac{f(t_2)}{f(t_1)} - 1$$

tasso unitario di interesse

$$i(0;1) = f(1) - 1 \qquad f(0) = 1$$

$$\sqrt{1 + \alpha} - 1 = 0{,}06$$

$$(1 + \alpha)^{1/2} = 1{,}06$$

$$\alpha = 1{,}06^2 - 1 = 0{,}1236$$