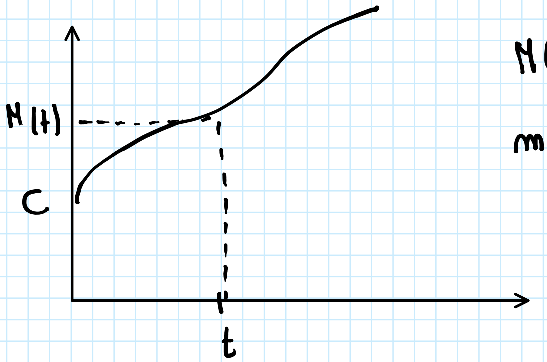
FATTORE DI MONTANTE
(LEGGE DI CAPITALIZZAZIONE)

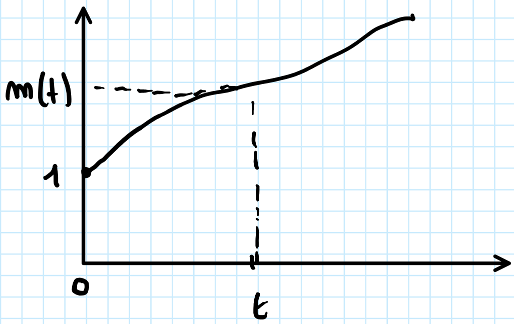
DEFINIZIONE

Il fattore di montante è una funzione che moltiplicata al capitale iniziale mi fa ottenere il montante



$M(t) = C \cdot m(t)$

$m(t)$ = LEGGE DI CAPITALIZZ.



La legge o fattore di capitalizzazione dal punto di vista matematico gode di tre proprietà

I) DOMINIO : $[0; T)$

II) $m(0) = 1$

III) $m'(t) \geq 0 \rightarrow$ LEGGE NON DECRESCENTE

ESERCIZIO 1

Dire se f(t) è una legge di capitalizzazione

$f(t) = 3t^3 + 4t + 1$

1) $D: (-\infty; +\infty) \rightarrow [0; T)$ VERO

2) $f(0) = 1 \rightarrow f(0) = 3 \cdot 0^3 + 4 \cdot 0 + 1 = 1$ VERO

3) $f'(t) = 9t^2 + 4$ sempre positivo VERO

$f(t)$ è legge di capitaliz.

ESERCIZIO 2

Dire se f(t) è una legge di capitalizzazione

$$f(t) = e^{-t} + 2t$$

1) Dominio $\rightarrow \mathbb{R} \rightarrow [0; +\infty)$ VERO

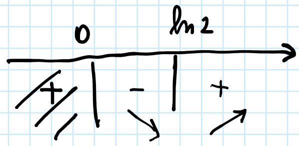
2) $f(0) = e^{-0} + 2 \cdot 0 = 1$ VERO

3) $f'(t) = e^{-t}(-1) + 2 = -e^{-t} + 2$

$f'(t) > 0 \rightarrow -e^{-t} + 2 > 0$

$e^{-t} < 2 \rightarrow -t < \ln 2$

$t > \ln 2$



NON è legge di CAP.

ESERCIZIO 3

Dire se f1(t) e f2(t) sono leggi finanziarie di capitalizzazione.
In caso positivo stabilire il tempo che permette di conseguire con le due leggi lo stesso montante

$$f_1(t) = \frac{1+8t}{1+t}$$

$$f_2(t) = 1+4t$$

$$f_1(t) = \frac{1+8t}{1+t}$$

- $f(0) = \frac{1+0}{1+0} = 1$ OK
- dominio $t \neq -1 \rightarrow$ OK in $[0; +\infty)$
- $f'(t) = \frac{8\cdot(1+t) - (1+8t)\cdot 1}{(1+t)^2}$

$$8 + \cancel{8t} - 1 - \cancel{8t} = 7$$

$$f'(t) = \frac{7}{(1+t)^2} \quad \begin{matrix} + \\ + \end{matrix}$$

derivata sempre positiva OK!

$f'(t)$ è legge di capit.

$$f_2(t) = 1+4t$$

- $f(0) = 1+4\cdot 0 = 1$ OK!
- Dom. $\forall t \in R \rightarrow$ OK!
- $f'(t) = 4$ posit $\forall t$ in $[0; +\infty)$ OK!

$f_2(t)$ è legge di capitaliz.

stabilire il tempo che permette di conseguire con le due leggi lo stesso montante

pongo $f_1(t) = f_2(t)$

$$\frac{1+8t}{1+t} = 1+4t$$

$$1+8t = (1+4t)(1+t)$$

$$\cancel{1}+8t = \cancel{1}+t+4t+4t^2$$

$$4t^2-3t=0$$

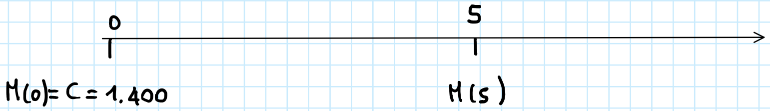
$$t\cdot(4t-3)=0 \quad \begin{cases} t=0 \\ t=\frac{3}{4} = 0{,}75 \end{cases}$$

ESERCIZIO 3

Dato il fattore di montante m(t)=1+0,03t determinare
Montante
Interesse
Tasso di interesse
Intensità di interesse
Di un capitale di 1.400 euro, investito per cinque anni.

$$m(t) = 1+0{,}03t$$

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ m(0)=1 \\ \bullet\ D: \mathbb{R} \\ \bullet\ m'(t) = 0{,}03 \end{array}\right\} \text{ok!}$$



$$M(5) = C\cdot m(5)$$
$$= 1.400\cdot(1+0{,}03\cdot 5)$$
$$= 1.610$$

$$I(0,5) = M(5) - M(0)$$
$$= 1.610 - 1.400 = 210$$

$$i(0;5) = \frac{I(0,5)}{M(0)} = \frac{210}{1.400} = 15\%$$

$$\delta(0;5) = \frac{i(0,5)}{5} = 3\%$$

ESERCIZIO 4

Determina i valori dei parametri a e b che permettono alla funzione
f(t)=log(2+t)+at+2b-log2 di essere una legge di capitalizzazione

$$f(t) = \log(2+t) + a \cdot t + 2b - \log 2$$

- $f(0) = 1$

$$\cancel{\log 2} + a \cdot 0 + 2b - \cancel{\log 2} = 1$$

$$b = 1/2$$

- $f(t) = \log(2+t) + a \cdot t + 1 - \log 2$

DOMINIO $\quad 2+t \geq 0 \rightarrow t \geq -2 \longrightarrow$ OK IN $[0 ; +\infty)$

- $f'(t) \geq 0$

$$\frac{1}{2+t} + a \geq 0 \rightarrow a \geq -\frac{1}{2+t}$$

f(t) è legge di cap se $\quad b = 1/2$

$$a \geq -\frac{1}{2+t}.$$