

# FINANZA AZIENDALE

## FORMULARIO

### PREZZO DI AZIONI, OBBLIGAZIONI E CURVA DEI TASSI DI INTERESSE

BY ANDREA IL MATEMATICO

#### INDICE

<b>PREZZO DELLE AZIONI .....</b>	<b>2</b>
PREZZO DELLE AZIONI (FORMULA DI GORDON).....	2
PREZZO DELLE AZIONI CON TASSO DI CRESCITA $g$ .....	2
<b>PREZZO DELLE OBBLIGAZIONI.....</b>	<b>3</b>
ZERO COUPON BOND (ZCB) .....	3
OBBLIGAZIONI CEDOLARI (COUPON BOND).....	3
<b>PREZZO STRUTTURA DEI TASSI NON PIATTA.....</b>	<b>5</b>
STRUTTURA DEI TASSI SPOT .....	5
PREZZI A PRONTI, PREZZI SPOT, FATTORI ATTUALIZZANTI .....	5
<b>RICAVARE LA STRUTTURA DEI TASSI.....</b>	<b>6</b>
METODO DEL TIR .....	6
METODO DEL BOOTSTRAP .....	6
RICAVARE I TASSI DAI PREZZI SPOT .....	7

## PREZZO DELLE AZIONI

### PREZZO DELLE AZIONI (FORMULA DI GORDON)

Le azioni si calcolano come valore attuale dei dividendi. Se questi sono costanti e perpetui la formula è:

$$P = \frac{Div}{k_e}$$

*Div* è il dividendo

$k_e$  è il tasso richiesto (atteso) dagli azionisti

### PREZZO DELLE AZIONI CON TASSO DI CRESCITA $g$

$$P = \frac{Div_1}{k_e - g}$$

$g$  è il tasso di crescita dei dividendi

$Div_1$  è il primo dividendo della serie crescente

$$Div_1 = Div * (1 - rit_u)$$

$rit_u$  è il tasso di ritenzione dell'utile che viene reinvestito

$$g = rit_u \cdot ROE_p$$

$ROE_p$  è il  $ROE$  del progetto in cui gli utili non distribuiti vengono reinvestiti

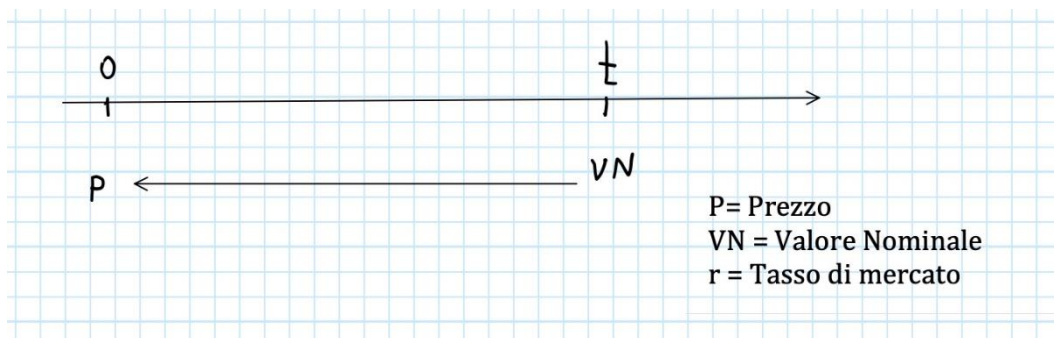
La formula può subire delle modifiche a seconda dei dati e dei tempi che sono forniti dal testo

## PREZZO DELLE OBBLIGAZIONI

Il prezzo delle obbligazioni è il valore attuale dei flussi di cassa delle obbligazioni

### ZERO COUPON BOND (ZCB)

Le obbligazioni ZCB sono obbligazioni che hanno un solo flusso di cassa ovvero il valore nominale (VN) in cui ci sono anche gli interessi



$$P = \frac{VN}{(1+r)^t} = VN (1+r)^{-t}$$

VN è il valore nominale

r è il tasso di attualizzazione

t è la scadenza dell'obbligazione

### OBBLIGAZIONI CEDOLARI (COUPON BOND)

Sono obbligazioni che distribuiscono cedole periodiche C e alla scadenza il valore nominale VN (con la cedola)

$$C = VN \cdot r_c$$

VN è il valore nominale

$r_c$  è il tasso cedolare

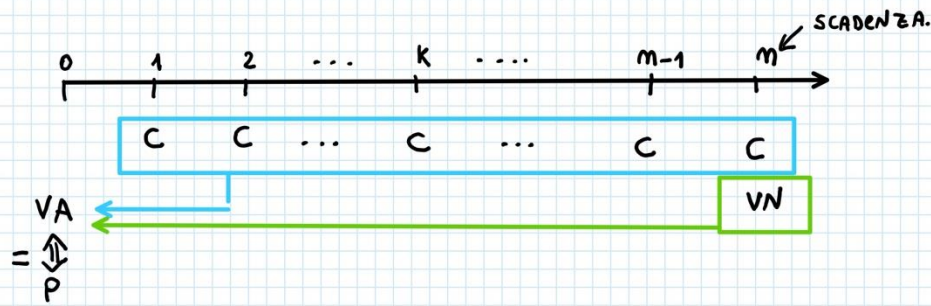
Se le cedole sono semestrali (ad esempio)  $r_c$  si calcola dividendo il TAN per 2

Quando la struttura dei tassi è piatta usiamo la formula semplificata:

$$P = C \cdot a_{n-r} + VN \cdot (1+r)^{-n}$$

n è il numero delle cedole

r è il tasso di attualizzazione (unico)



$$C = VN \cdot k_c$$

$$VA = C \frac{1 - (1 + k_m)^{-m}}{k_m} + VN \cdot (1 + k_m)^{-m}$$

$$O_{\overline{m}|k}$$

## PREZZO STRUTTURA DEI TASSI NON PIATTA

In questo caso dobbiamo attualizzare ogni flusso di cassa con il suo tasso di riferimento

$$P = \sum C \cdot (1 + r_k)^{-k} + VN \cdot (1 + r_n)^{-n}$$

$r_k$  è il tasso spot riferito alla scadenza  $k$ :  $r_k = r(0, k)$

### STRUTTURA DEI TASSI SPOT

I tassi spot sono i tassi che vengono usati nelle attualizzazioni dei flussi di cassa con diversa scadenza

$$i(0,1) \quad i(0,2) \quad \dots \quad i(0,k) \quad \dots \quad i(0,n)$$

$i(0, k)$  è il tasso di attualizzazione che viene utilizzato con i flussi alla scadenza  $k$

Ad esempio se abbiamo i seguenti flussi di cassa

$$FC = (FC_1 \quad FC_2 \quad \dots \quad FC_k \quad \dots \quad FC_n)$$

Riferiti ai tempi del vettore dei tempi  $T$

$$T = (1 \quad 2 \quad \dots \quad k \quad \dots \quad n)$$

$$VA(0) = \sum FC_k \cdot (1 + i(0, k))^{-k}$$

$$VA(0) = FC_1 \cdot (1 + i(0,1))^{-1} + FC_2 \cdot (1 + i(0,2))^{-2} + \dots + FC_n \cdot (1 + i(0, n))^{-n}$$

### PREZZI A PRONTI, PREZZI SPOT, FATTORI ATTUALIZZANTI

$$v(0,1) \quad v(0,2) \quad \dots \quad v(0,k) \quad \dots \quad v(0,n)$$

Sono i fattori attualizzanti riferiti alle diverse scadenze

$$V(0, k) = (1 + i(0, k))^{-k}$$

Sempre nell'esempio di prima il valore attuale risulta:

$$VA(0) = \sum FC_k \cdot v(0, k)$$

$$VA(0) = FC_1 \cdot v(0,1) + FC_2 \cdot v(0,2) + \dots + FC_n \cdot v(0, n)$$

## RICAVARE LA STRUTTURA DEI TASSI

Per ricavare la struttura dei tassi esistono due modi principali: il metodo del TIR e il metodo del bootstrap

Entrambi questi metodi presuppongono lo studio dei flussi di cassa di obbligazioni e dei loro prezzi a diverse scadenze.

In particolare per ricavare una struttura di  $n$  tassi di interesse ci serviamo di  $n$  obbligazioni con scadenze  $(1, 2, \dots, n)$

### METODO DEL TIR

Il metodo del TIR determina il tassi della struttura come i TIR (tassi interni di rendimento) delle obbligazioni

Ad esempio il tasso ad un anno  $i(0,1)$  è il TIR dell'obbligazione con scadenza ad un anno.

Il tasso a due anni  $i(0,2)$  è il TIR dell'obbligazione con scadenza a due anni.

E così via:

### METODO DEL BOOTSTRAP

Con il metodo del BOOTSTRAP sfruttiamo sempre le  $n$  obbligazioni con le  $n$  scadenze  $(1, 2, \dots, n)$ .

Attualizziamo tutti i flussi ad un anno con il tasso  $i(0,1)$ , tutti i flussi a due anni con il tasso  $i(0,2)$  e tutti i flussi ad  $n$  anno con il tasso  $i(0,n)$ .

Facendo in questo modo perveniamo ad un sistema lineare del tipo:

$$\begin{cases} VN_1 v(0,1) = P_1 \\ C_2 \cdot v(0,1) + (VN_2 + C_2) \cdot v(0,2) = P_2 \\ C_3 \cdot v(0,1) + C_3 \cdot v(0,2) + (VN_3 + C_3) \cdot v(0,3) = P_3 \\ \dots \\ C_n \cdot v(0,1) + C_n \cdot v(0,2) + \dots + (VN_n + C_n) \cdot v(0, n) = P_n \end{cases}$$

Possiamo risolvere questo sistema per sostituzione oppure con un metodo matriciale che si basa su determinanti di matrici o matrici inverse

$$F \cdot V = P$$

$$F^{-1} \cdot F \cdot V = F^{-1} \cdot P$$

$$V = F^{-1} \cdot P$$

$F$  è la matrice quadrata dei flussi delle obbligazioni  
 $V$  è il vettore incognito dei fattori attualizzanti (prezzi spot)  
 $P$  è il vettore dei prezzi

## RICAVARE I TASSI DAI PREZZI SPOT

$$i(0, k) = (v(0, k))^{\frac{1}{k}} - 1$$

## STRUTTURA DEI PREZZI E TASSI FORWARD

Per ricavare i prezzi forward a partire dai prezzi spot usiamo la formula

$$v(0, k, h) = \frac{v(0, h)}{v(0, k)}$$

$v(0, k, h)$  è il fattore che attualizza i flussi dal tempo  $h$  al tempo  $k$

Il tasso forward corrispondente è

$$i(0, k, h) = (v(0, k, h))^{\frac{1}{h-k}} = \left( \frac{v(0, h)}{v(0, k)} \right)^{\frac{1}{h-k}}$$